
Metode Penyelesaian: Metode Simplex

Simplex Method Tableau



Basis	c_B	x_1	x_2	s_1	s_2	b	Ratio
s_1	0	2	4	1	0	16	$16/2 = 8$
s_2	0	3	2	0	1	12	$12/3 = 4$
	z_j	0	0	0	0	0	
	$c_j - z_j$	7	6	0	0		

1. Inisialisasi:

- a. Tentukan *decision variable*, *objective function*, dan *constraint*.
- b. Ubah bentuk persamaan menjadi bentuk standar.

2. Bentuk *initial simplex table*:

Susun tabel Simplex yang berisi koefisien dari *decision variable*, *objective function*, *constraint*, serta *slack* dan *surplus variable* (jika ada).

3. Pilih *pivot column*:

Pilih kolom dengan koefisien *positif* terbesar di baris $c_j - z_j$

4. Pilih *pivot row*:

- a. Hitung rasio / hasil bagi antara konstanta di kolom kanan (solusi) dengan elemen di kolom pivot (hanya untuk elemen positif).
- b. Pilih baris dengan rasio terkecil.

5. Lakukan pivot:

Lakukan operasi baris (*row elemental operation*) untuk membuat *pivot element* menjadi 1 dan semua elemen lainnya di *pivot column* menjadi 0.

6. Iterasi:

Lakukan iterasi jika ada koefisien positif pada baris $c_j - z_j$, ulangi langkah 3-5. Solusi optimal tercapai bila semua koefisien pada baris tsb bernilai ≤ 0 .

7. Solusi optimal:

Baca nilai kolom solusi dari tabel Simplex.

Solusi Contoh 1: Pendekatan Simplex

Objective function:

$$\max f(x,y) = z = 70000x + 50000y$$

Constraints:

- $4x + 3y \leq 200$ (jam kerja pembuatan)
- $0.5x + 0.75y \leq 40$ (jam kerja pengecatan)
- $x \geq 0$
- $y \geq 0$



Objective function:

$$\max 70000x + 50000y + 0s_1 + 0s_2$$

Constraints:

- $4x + 3y + s_1 = 200$
- $0.5x + 0.75y + s_2 = 40$
- $x, y, s_1, s_2 \geq 0$

Solusi Contoh 1: Pendekatan Simplex

Objective function:

$$\max 70000x - 50000y + 0s_1 + 0s_2$$

Constraints:

- $4x + 3y + s_1 = 200$
- $0.5x + 0.75y + s_2 = 40$
- $x, y, s_1, s_2 \geq 0$



Initial Simplex table

Basis (B)	CB	x 70000	y 50000	s1 0	s2 0	Solusi (b)	Rasio
s1	0	4	3	1	0	200	50
s2	0	0,5	0,75	0	1	40	80
	zj	0	0	0	0	0	
	cj-zj	70000	50000	0	0		

x sebagai pivot column
s1 sebagai pivot row
 $x_1 = 0, x_2 = 0$

Perpotongan pivot column dan pivot row = pivot element
Karena masih ada nilai di baris $c_j - z_j > 0$, maka solusi belum optimal
 $z = 0$

Solusi Contoh 1: Pendekatan Simplex

Simplex table iterasi ke-1

Basis (B)	CB	x	y	s1	s2	Solusi (b)	Rumus
		70000	50000	0	0		
x	70000	1	0,75	0,25	0	50	$x_{\text{new}} = s1_{\text{old}} / 4$
s2	0	0	0,375	-0,125	1	15	$s2_{\text{new}} = s2_{\text{old}} - 0,5 * x_{\text{new}}$
	z_j	70000	52500	17500	0	3500000	
	$c_j - z_j$	0	-2500	-17500	0		

Ubah pivot element menjadi 1 dengan membaginya dengan 4

Ubah elemen lain pada pivot column menjadi 0 dengan menambahkan / mengurangi nilai dari baris x yang baru

Karena tidak ada nilai di baris $c_j - z_j > 0$, maka solusi sudah optimal

Solusi optimal tercapai ketika $x = 50$, $y = 0$, $s1 = 0$, dan $s2 = 15$

Contoh 3:

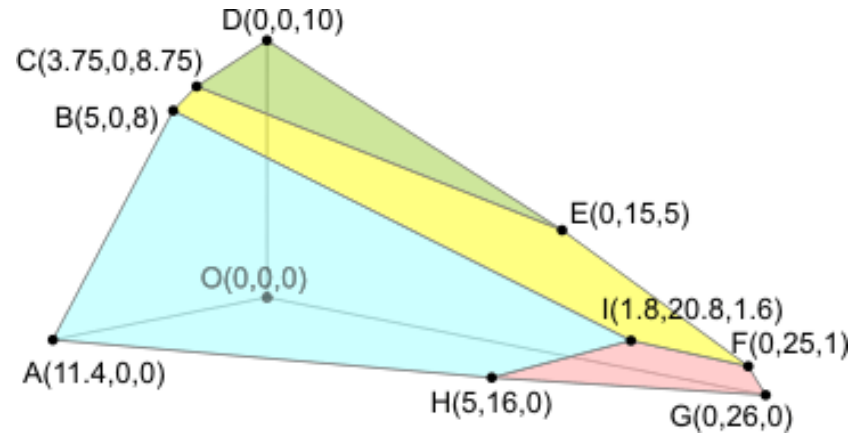
LP dengan Variabel Lebih dari 2

Objective function:

$$\max f(x,y) = z = 20x_1 + 10x_2 + 15x_3$$

Constraints:

- $3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 55$
- $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 26$
- $x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30$
- $5x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 57$
- $x_1, x_2, x_3 \geq 0$



Solusi Contoh 3: Pendekatan Simplex

Objective function:

$$\max f(x,y) = z = 20x_1 + 10x_2 + 15x_3$$

Constraints:

- $3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 55$
- $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 26$
- $x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30$
- $5x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 57$
- $x_1, x_2, x_3 \geq 0$



Objective function:

$$\max 20x_1 + 10x_2 + 15x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4$$

Constraints:

- $3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + s_1 = 55$
- $2x_1 + x_2 + x_3 + s_2 = 26$
- $x_1 + x_2 + 3x_3 + s_3 = 30$
- $5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + s_4 = 57$
- $x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0$

Initial Simplex table

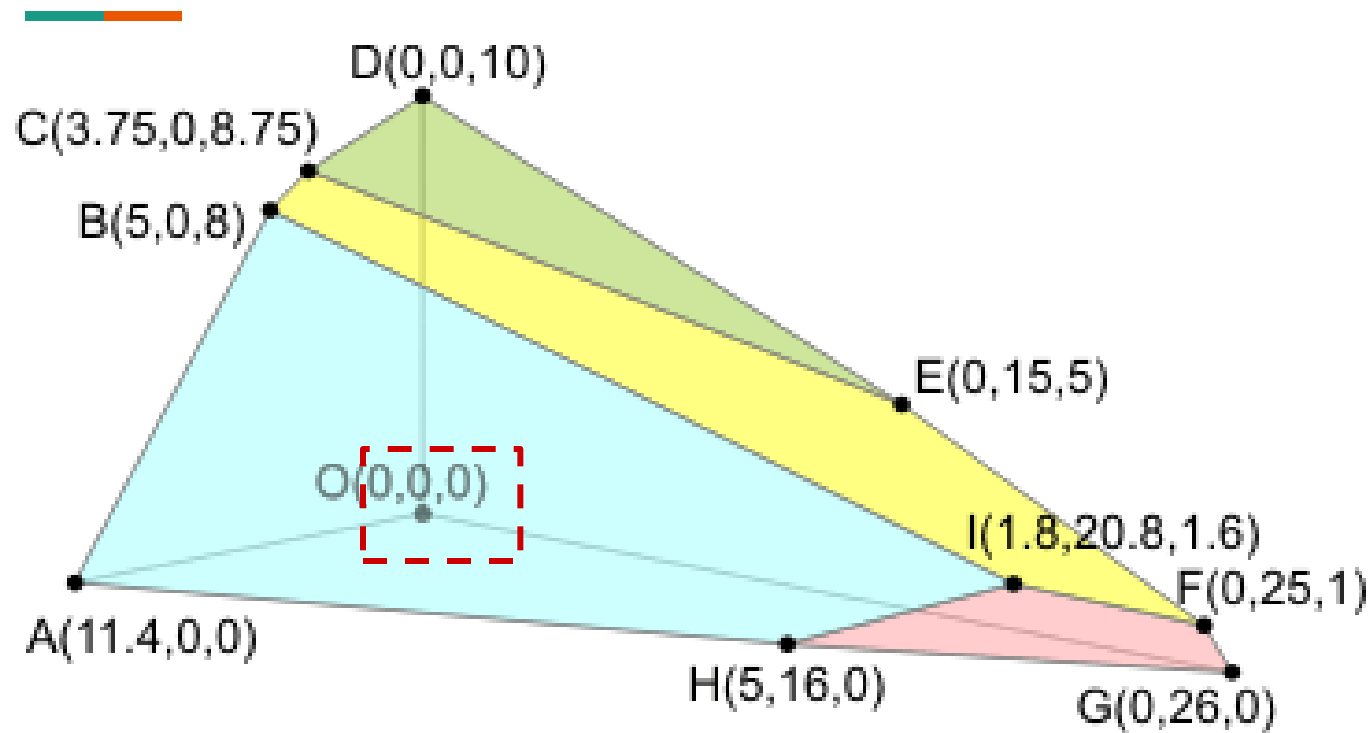
Basis (B)	CB	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	Solusi (b)
		20	10	15	0	0	0	0	
s1	0	3	2	5	1	0	0	0	55
s2	0	2	1	1	0	1	0	0	26
s3	0	1	1	3	0	0	1	0	30
s4	0	5	2	4	0	0	0	1	57
	zj	0	0	0	0	0	0	0	
	cj-zj	20	10	15	0	0	0		

Basis (B)	CB	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	Solusi (b)	Rasio
		20	10	15	0	0	0	0		
s1	0	3	2	5	1	0	0	0	55	18,33333333
s2	0	2	1	1	0	1	0	0	26	13
s3	0	1	1	3	0	0	1	0	30	30
s4	0	5	2	4	0	0	0	1	57	11,4
	zj	0	0	0	0	0	0	0	0	
	cj-zj	20	10	15	0	0	0	0		

x1 sebagai pivot column
s4 sebagai pivot row

Perpotongan pivot column dan pivot row = pivot element
Karena masih ada nilai di baris cj-zj > 0, maka solusi belum optimal

$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$
 $z = 0$



Simplex table iterasi ke-1

Basis (B)	CB	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	Solusi (b)	Rumus
		20	10	15	0	0	0	0		
s1	0	0	0,8	2,6	1	0	0	-0,6	20,8	$s1_{new} = s1_{old} - 3 \cdot x1_{new}$
s2	0	0	0,2	-0,6	0	1	0	-0,4	3,2	$s2_{new} = s2_{old} - 2 \cdot x1_{new}$
s3	0	0	0,6	2,2	0	0	1	-0,2	18,6	$s3_{new} = s3_{old} - x1_{new}$
x1	20	1	0,4	0,8	0	0	0	0,2	11,4	$x1_{new} = s4_{old} / 5$
	zj	20	8	16	0	0	0	4	228	
	cj-zj	0	2	-1	0	0	0	-4		

Ubah pivot element menjadi 1 dengan membaginya dengan 5

Ubah elemen lain pada pivot column menjadi 0 dengan menambahkan / mengurangi nilai dari baris x1 yang baru

Basis (B)	CB	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	Solusi (b)	Rasio
		20	10	15	0	0	0	0		
s1	0	0	0,8	2,6	1	0	0	-0,6	20,8	26
s2	0	0	0,2	-0,6	0	1	0	-0,4	3,2	16
s3	0	0	0,6	2,2	0	0	1	-0,2	18,6	31
x1	20	1	0,4	0,8	0	0	0	0,2	11,4	28,5
	zj	20	8	16	0	0	0	4	228	
	cj-zj	0	2	-1	0	0	0	-4		

Karena masih ada nilai di baris cj-zj > 0, maka solusi belum optimal

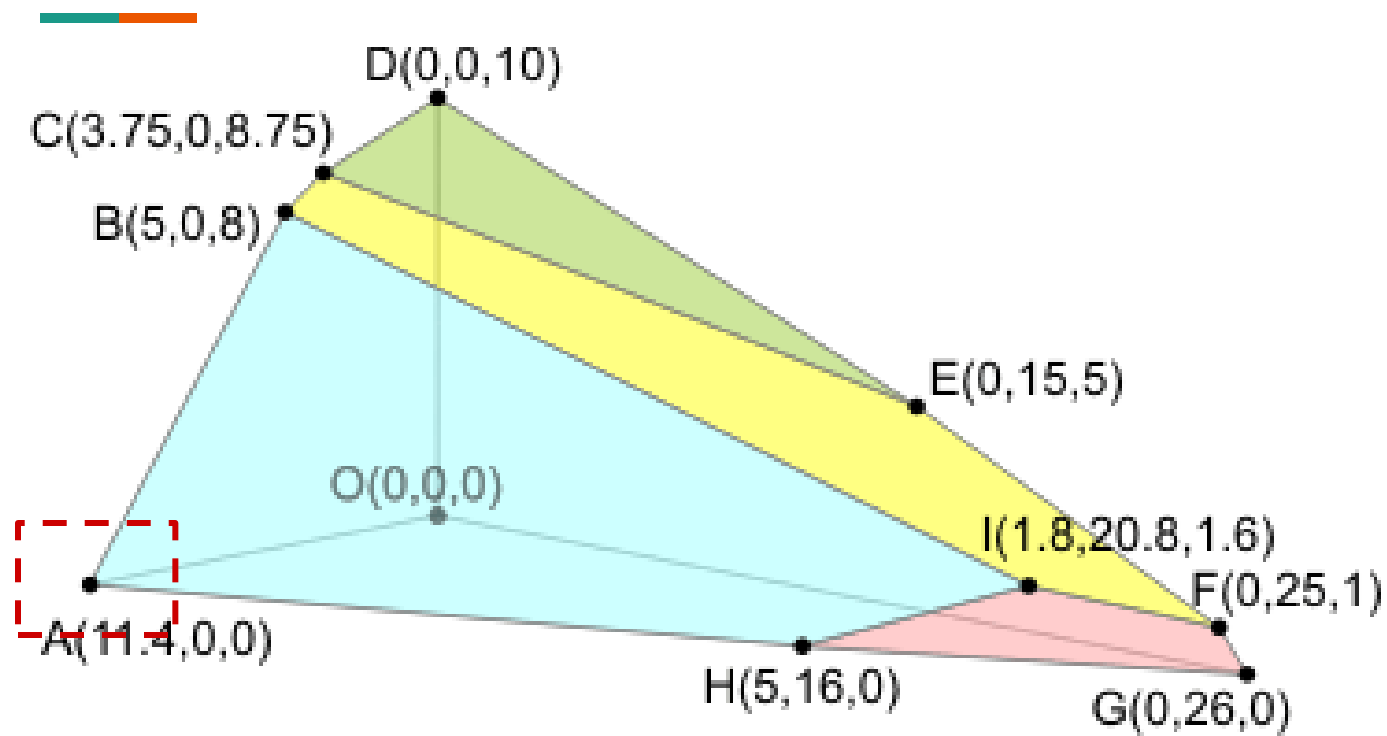
x2 sebagai pivot column

s2 sebagai pivot row

Perpotongan pivot column dan pivot row = pivot element

$$x1 = 11,4, x2 = 0, x3 = 0$$

$$z = 228$$



Simplex table iterasi ke-2

Basis (B)	CB	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	Solusi (b)	Rumus
		20	10	15	0	0	0	0		
s1	0	0	0	5	1	-4	0	1	8	$s1_{new} = s1_{old} - 0,8 * x2_{new}$
x2	10	0	1	-3	0	5	0	-2	16	$x2_{new} = s2 / 0,2$
s3	0	0	0	4	0	-3	1	1	9	$s3_{new} = s3_{old} - 0,6 * x2_{new}$
x1	20	1	0	2	0	-2	0	1	5	$x1_{new} = x1_{old} - 0,4 * x2_{new}$
	zj	20	10	10	0	10	0	0	260	
	cj-zj	0	0	5	0	-10	0	0		

Ubah pivot element menjadi 1 dengan membaginya dengan 0,2

Ubah elemen lain pada pivot column menjadi 0 dengan menambahkan / mengurangi nilai dari baris x2 yang baru

Basis (B)	CB	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	Solusi (b)	Rasio
		20	10	15	0	0	0	0		
s1	0	0	0	5	1	-4	0	1	8	1,6
x2	10	0	1	-3	0	5	0	-2	16	-5,333333333
s3	0	0	0	4	0	-3	1	1	9	2,25
x1	20	1	0	2	0	-2	0	1	5	2,5
	zj	20	10	10	0	10	0	0	260	
	cj-zj	0	0	5	0	-10	0	0		

Karena masih ada nilai di baris cj-zj > 0, maka solusi belum optimal

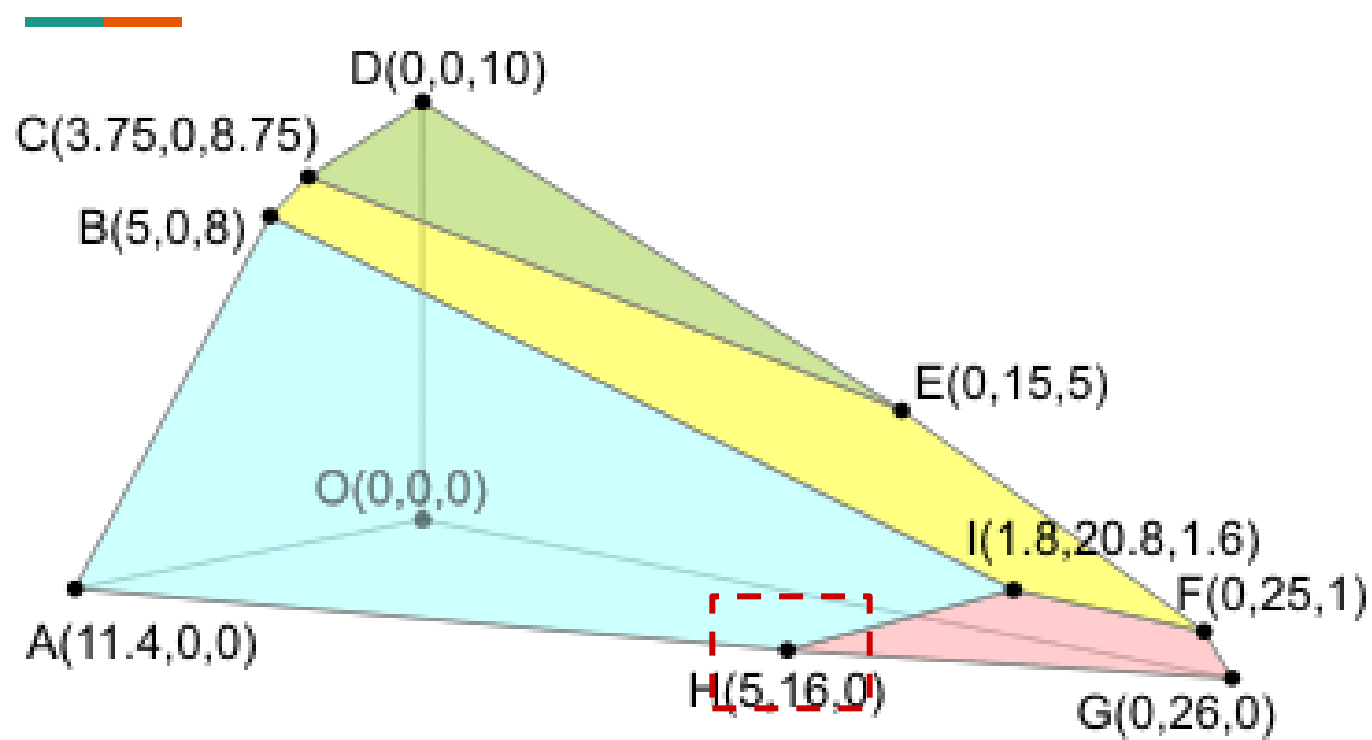
x3 sebagai pivot column

s1 sebagai pivot row

Perpotongan pivot column dan pivot row = pivot element

$$x1 = 5, x2 = 16, x3 = 0$$

$$z = 260$$



Solusi Contoh 3: Pendekatan Simplex

Simplex table iterasi ke-3

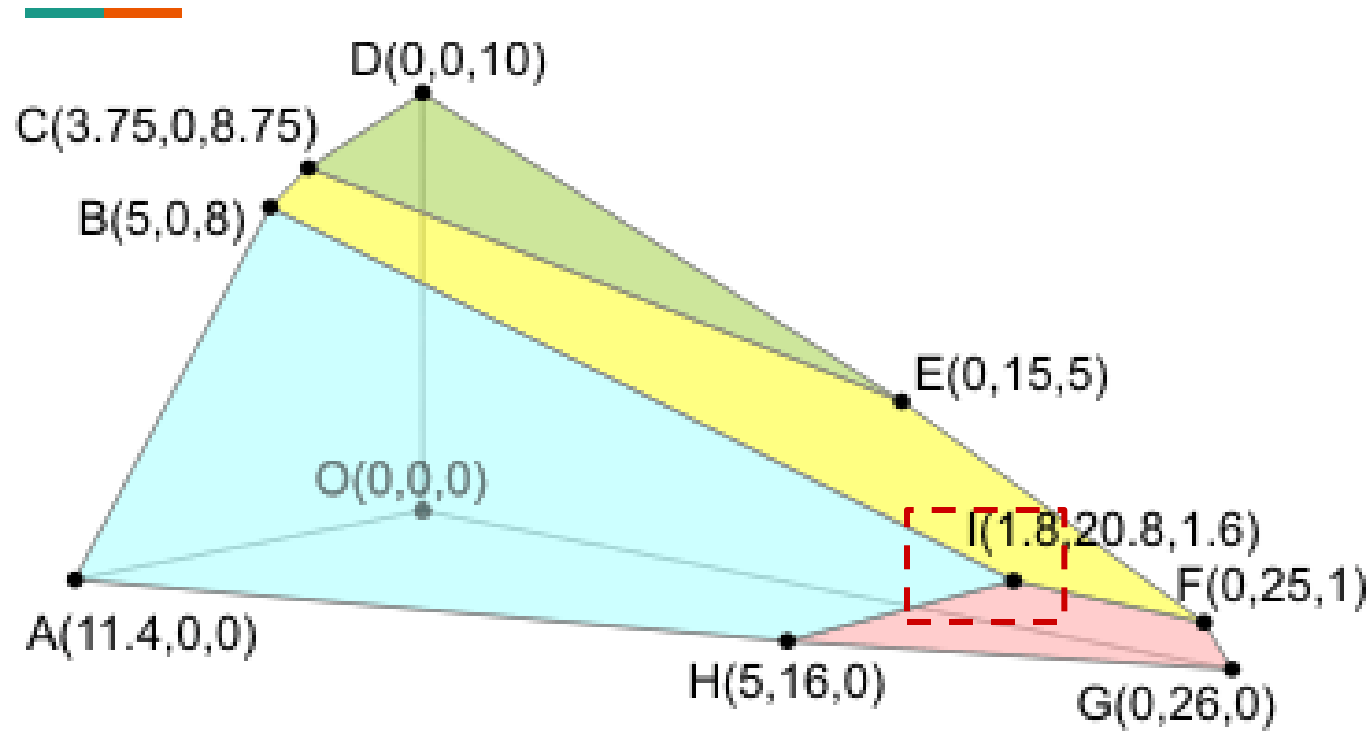
Basis (B)	CB	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	Solusi (b)	Rumus
		20	10	15	0	0	0	0		
x3	15	0	0	1	0,2	-0,8	0	0,2	1,6	$x3_{new} = s1_{old}/5$
x2	10	0	1	0	0,6	2,6	0	-1,4	20,8	$x2_{new} = x2_{old} + 3*x3_{new}$
s3	0	0	0	0	-0,8	0,2	1	0,2	2,6	$s3_{new} = s3_{old} - 4*x3_{new}$
x1	20	1	0	0	-0,4	-0,4	0	0,6	1,8	$x1_{new} = x1_{old} - 2*x3_{new}$
	zj	20	10	15	1	6	0	1	268	
	cj-zj	0	0	0	-1	-6	0	-1		

Ubah pivot element menjadi 1 dengan membaginya dengan 5

Ubah elemen lain pada pivot column menjadi 0 dengan menambahkan / mengurangi nilai dari baris x yang baru

Karena tidak ada nilai di baris cj-zj > 0, maka solusi sudah optimal

Solusi optimal tercapai ketika $x1 = 1.8$, $x2 = 20.8$, $x3 = 1.6$, dan $z = 268$





Latihan 1: Pengoptimalan Biaya Produksi

Sebuah perusahaan memproduksi dua jenis produk: produk A dan produk B. Perusahaan ingin meminimalkan total biaya produksi kedua produk ini, dengan mempertimbangkan batasan-batasan yang ada pada sumber daya yang tersedia (seperti jam mesin dan jam kerja).

- Biaya produksi produk A adalah Rp 5.000 per unit, sedangkan biaya produksi produk B adalah Rp 3.000 per unit.
- Jam mesin: Perusahaan memiliki total 1.200 jam mesin yang tersedia.
- Setiap unit produk A memerlukan 2 jam mesin, sedangkan setiap unit produk B memerlukan 1 jam mesin.
- Jam kerja: Perusahaan memiliki total 1.000 jam kerja yang tersedia.
- Setiap unit produk A memerlukan 1 jam kerja, sedangkan setiap unit produk B memerlukan 30 menit jam kerja.
- Perusahaan ingin memproduksi minimal 100 unit produk A dan minimal 150 unit produk B.



Referensi

- <https://www.youtube.com/watch?v=9YKLXFqCy6E>
- <https://www.youtube.com/watch?v=heCeCPu83c0>
- <https://people.richland.edu/james/ictcm/2006/3dsimplex.html>
- https://lmsspada.kemdiktisaintek.go.id/pluginfile.php/79162/mod_resource/content/2/M-3-linear-programming-metode-simplex.pdf
- https://docs.google.com/spreadsheets/d/1vr0Q-ygE_gZvk9jMfl3DeD0loDIJEhB6/edit?usp=drive_link&ouid=105181683848871846376&rtpof=true&sd=true