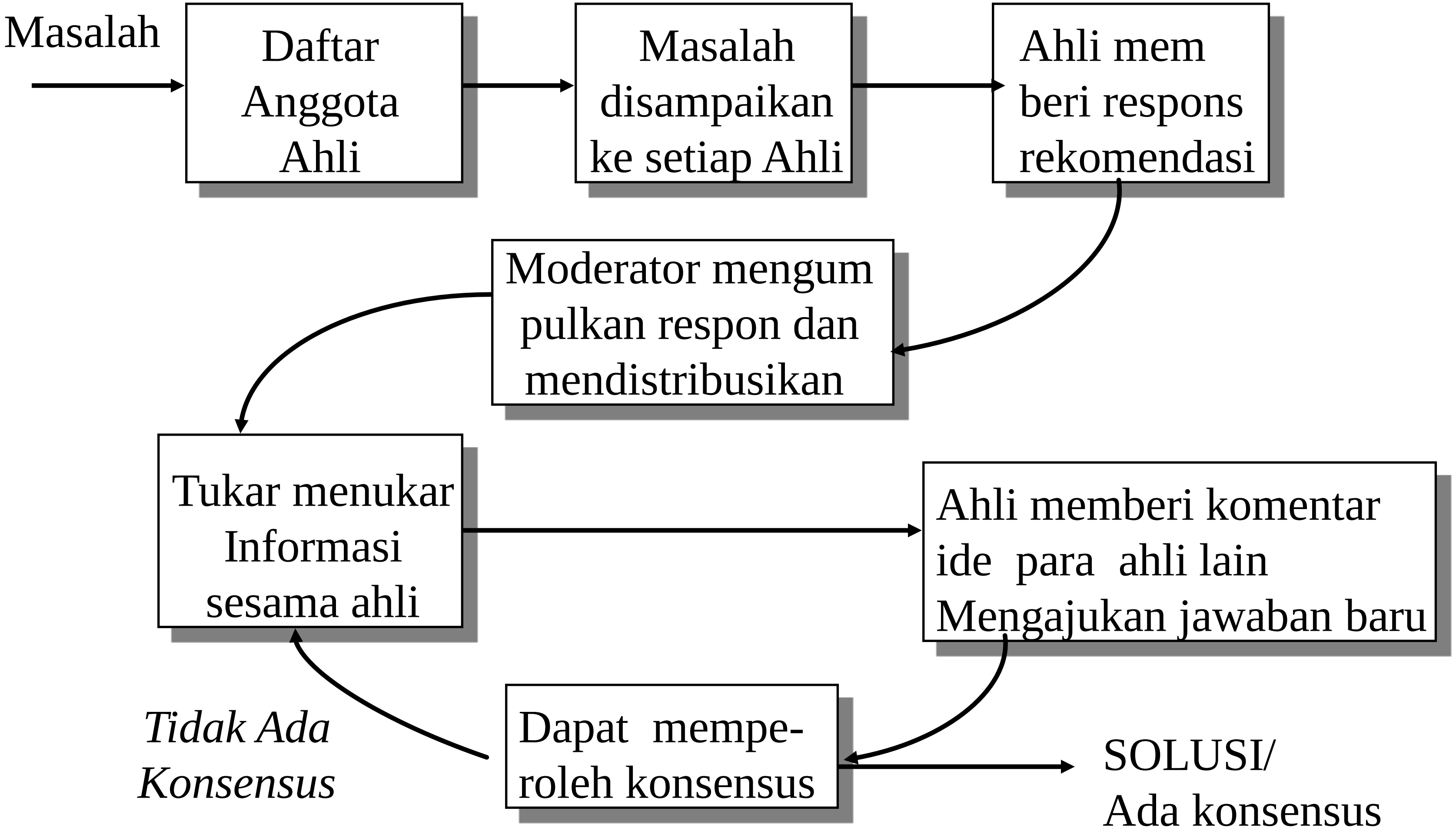
# MULTICRITERIA DECISION MAKING (MCDM)_3

IRA PRASETYANINGRUM

# PENDEKATAN KEPUTUSAN KELOMPOK

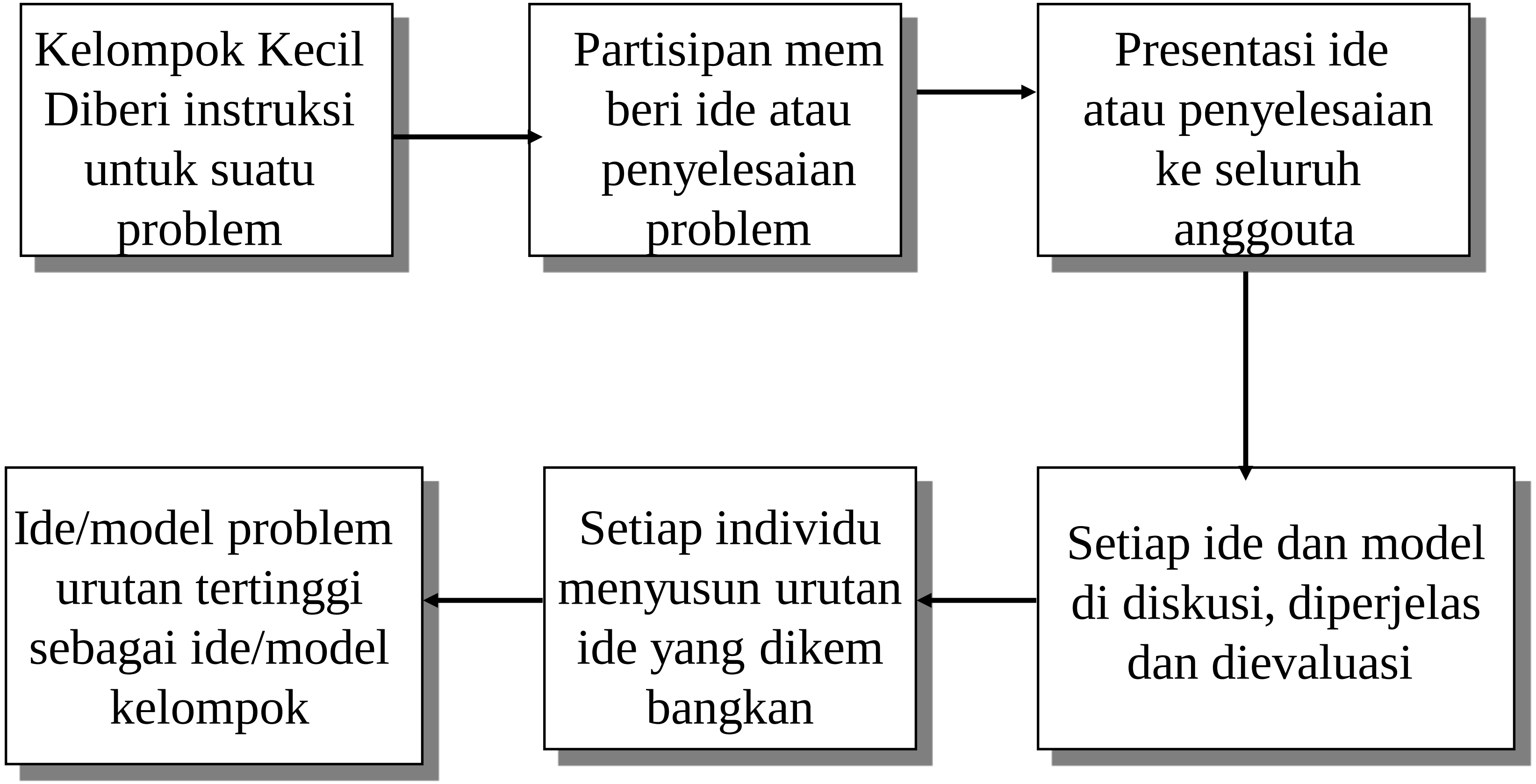
- Metoda Delphi

  Penilaian kelompok , dilakukan *sharing* dipandu moderator



• <u>Metoda NOMINAL GROUP  TEKNIK</u>

Anggouta panel bisa bertatap muka, “brain storming” atau saling berdebat



TEKNIK PENYELESAIAN MULTI OBJEKTIF PROGRAMMING

**1.Pendekatan Tunggal**

- Selesaikan fungsi objektif yang paling utama dahulu
- Ubah objektif sisanya sebagai tambahan kendala baru
- Pencapaian objektif untuk pembatas minimal

$$\text{Maximize } Z_1 = f_1(x)$$

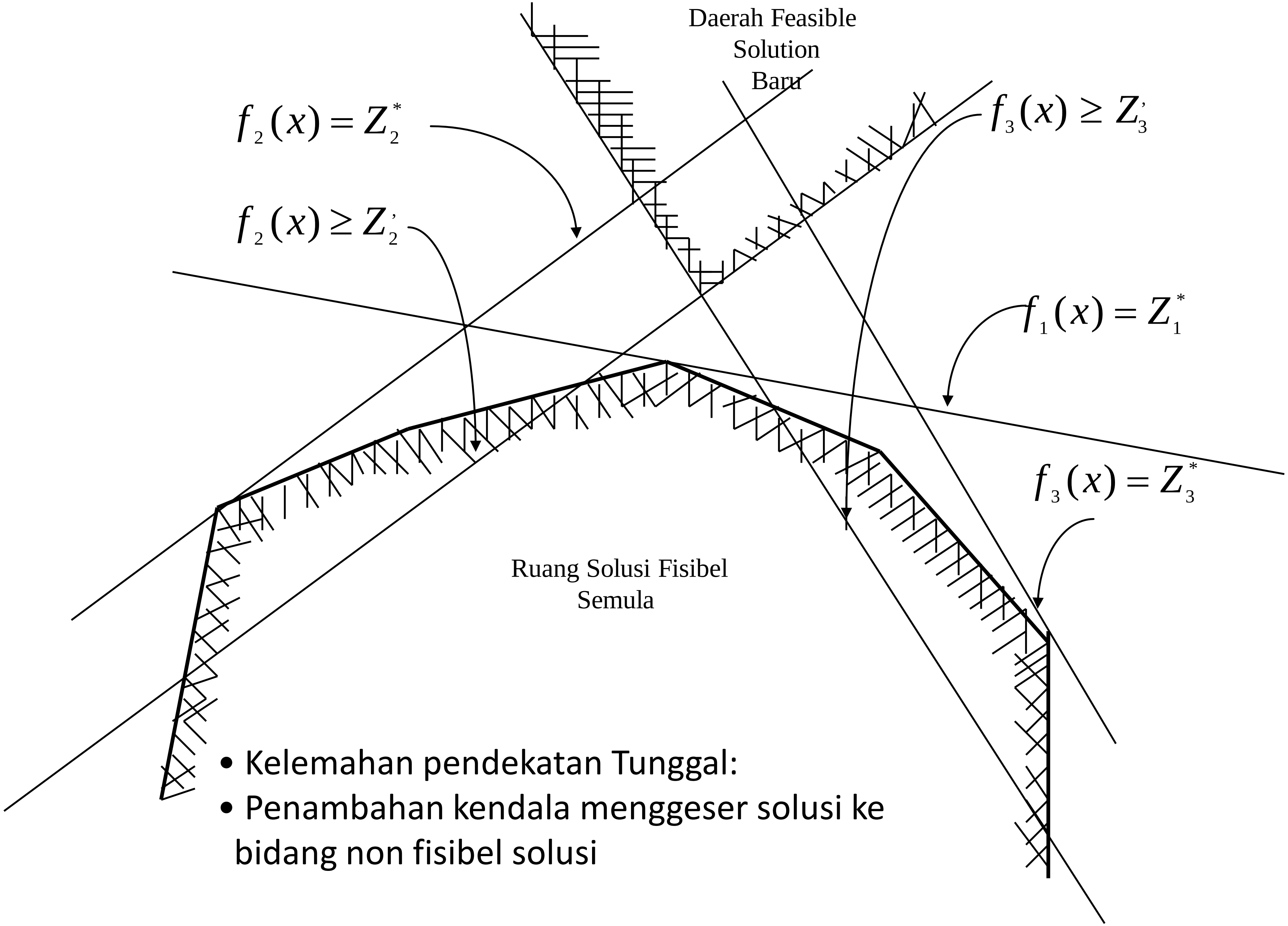
$$s/t$$

$$g_i(x) \le b_i(x), \quad i = 1, 2, 3 \,\ldots\ldots\, m$$

$$f_l(x) \ge Z_l^* \qquad l = 2, 3 \,.\,.\,.\,.\, k$$

$$Z_l^* = \mathit{tingkatpencapaian}\ \text{nilai minimum}$$

- Beberapa kasus membentuk non feasibel solution space
- Kendala tambahan sebagai pembatas max untuk objektif tujuan Minimize




- Kelemahan pendekatan Tunggal:
- Penambahan kendala menggeser solusi ke bidang non fisibel solusi

**2. Peng-integrasi-an Fungsi Objektif : Global Kriteria**

- Membentuk fungsi objektif tunggal
- Setiap fungsi objektif diberi bobot sebanding ratio nilai penyimpangan terhadap nilai-nilai solusi idealnya
- k objektif fungsi menjadi fungsi objektif tunggal

$$\text{Minimize F} = \sum_{l=1}^{k} \left[ \frac{f_l(x^*) - f_l(x)}{f_l(x^*)} \right]^p$$

$$s/t$$

$$g_i(x) \le b_i \quad i = 1,2,\ldots\ldots m$$

$f_l(x^*) =$ nilai optimal fungsi objektif individual (solusi ideal),

$\mathrm{p} =$ sebagai pembobotan terhadap nilai penyimpangan

### 3.Pendekatan Metoda Fungsi Utilitas

- Fungsi utilitas mengkonversikan MOP menjadi tunggal
- Fugsi utilitas merepresentasikan kepuasan preferensi pengambilan keputusan
- Berbagai bentuk fungsi utilitas :
    - fungsi utilitas additiv
    - fungsi utilitas multiplikatif
    - fungsi utilitas eksponensial

$$\text{Maximize} \quad Z = F\left[ f_1(x), f_2(x) . . . . . f_k \right]$$

$$s/t$$

$$g_i(x) \leq b_i \quad \text{dan} \quad x \geq 0$$

Untuk fungsi aditiv:

$$Z = \sum_{j=1}^{k} w_j f_j(x)$$

**4. Pendekatan Metoda Deviasi Minimum**

- Bila sebagian informasi objektif sudah diketahui
- Bobot relatif objektif tidak diketahui
- Solusi kompromis yang meminimumkan penjumlahan fraksi penyimpangan : ideal dan penyimpangan maksimal
- Penyimpangan maksimal :perbedaan solusi ideal dengan solusi yang paling tidak diinginkan objektifnya

a. Pengembangan Tabel Pay Of

- Dicari setiap nilai optimal individual (solusi ideal)
- Hitung untuk pencapaian objektif lain
- Tetapkan mana yang yang paling tidak diinginkan

b. Prosedur Perhitungan

- Ukuran evaluasi minimasi penjumlahan fraksi penyim pangannya
- Bisa menghindari kesulitan dimensi yang berbeda, solusi optima yang sangat kecil

- **Model Penyelesaian**

$$\text{Minimize :} \quad Z_o = \sum_{j=1}^{k} \left[ \frac{f_j^{\,*} - f_j(x)}{f_j^{\,*} - f_{j*}} \right]$$

$s/t$

$$g_i(x) \le b_i(x) \ \text{ dan } \ x \ge 0$$

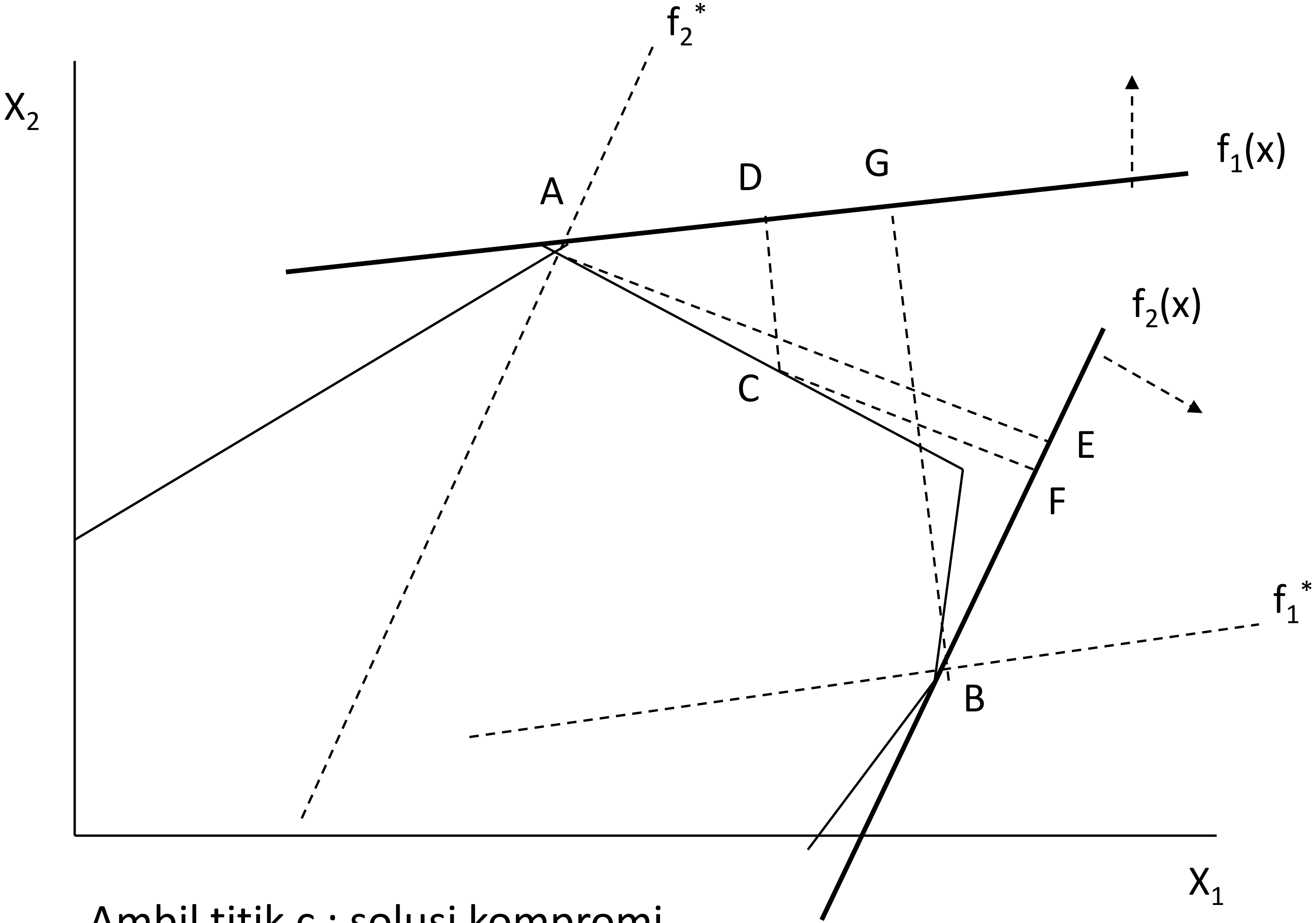
$f_j^{\,*} - f_{j*}$ = sebagai normalisasi objektif

$f_{j*}$ = nilai objektif yang paling tidak diinginkan

$Z_o$ dapat dinyatakan sebagai pembobotan

$$Z_o = \sum_{j=1}^{k} w_j \left( f_j^{\,*} - f_j(x) \right)$$

# INTERPRETASI GEOMETRIKS




Ambil titik c : solusi kompromi

BG = $f_1^* - f_{1*}$   dan AE = $f_2^* - f_{2*}$

CD = $f_1^* - f_1(x)$ dan CF= $f_2^* - f_2(x)$

Fungsi objektif $Z_o$ minimasi : (CD/BG + CF/AE)

5.**Metoda Kendala Kompromistis**

- Linier Bikriteria Programming

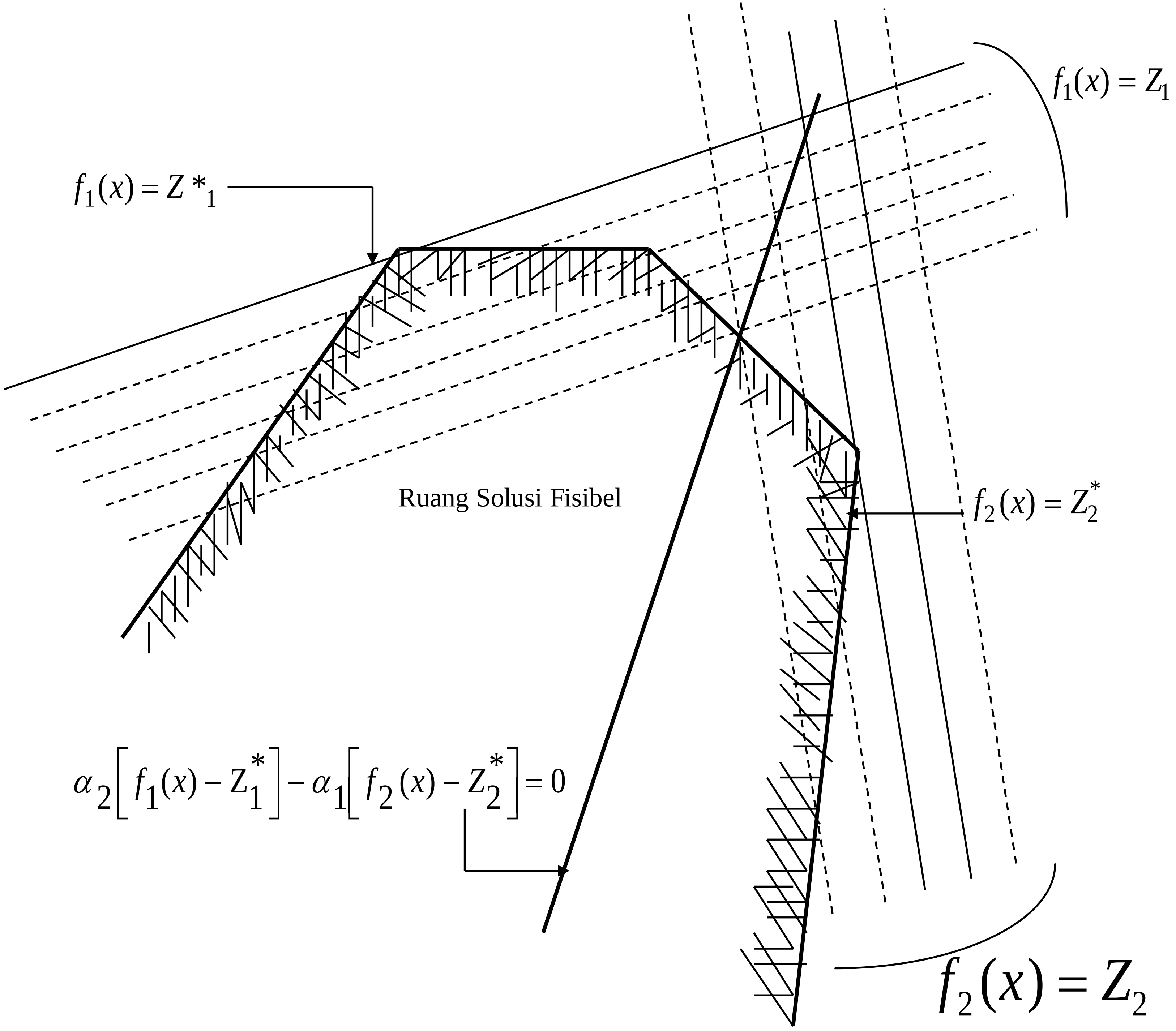
  Dikembangkan Tabucanon, pembobotan berbanding terbalik kecepatan pergerakan menjauhi nilai optimal

  Lemma1

  *Jika $f_1(x)$ dan $f_2(x)$sebagai 2 fungsi objektif dengan nilai maksimum $Z^*_1$ dan $Z^*_2$ fungsi tsb bergerak learah daerah feasible, persamaan titik/ruang yang saling interseksi sebagai*

$$\alpha_2\left[f_1(x) - z_1^*\right] - \alpha_1\left[f_2(x) - z_2^*\right] = 0$$

$\alpha_2 dan\ \alpha_1$: kecepatan pergerakan fungsi objektif menjauhi titik optimalnya


$f_1(x) = Z_1$
$f_1(x) = Z*_1$
Ruang Solusi Fisibel
$f_2(x) = Z_2^*$
$\alpha_2\left[f_1(x) - Z_1^*\right] - \alpha_1\left[f_2(x) - Z_2^*\right] = 0$
$f_2(x) = Z_2$

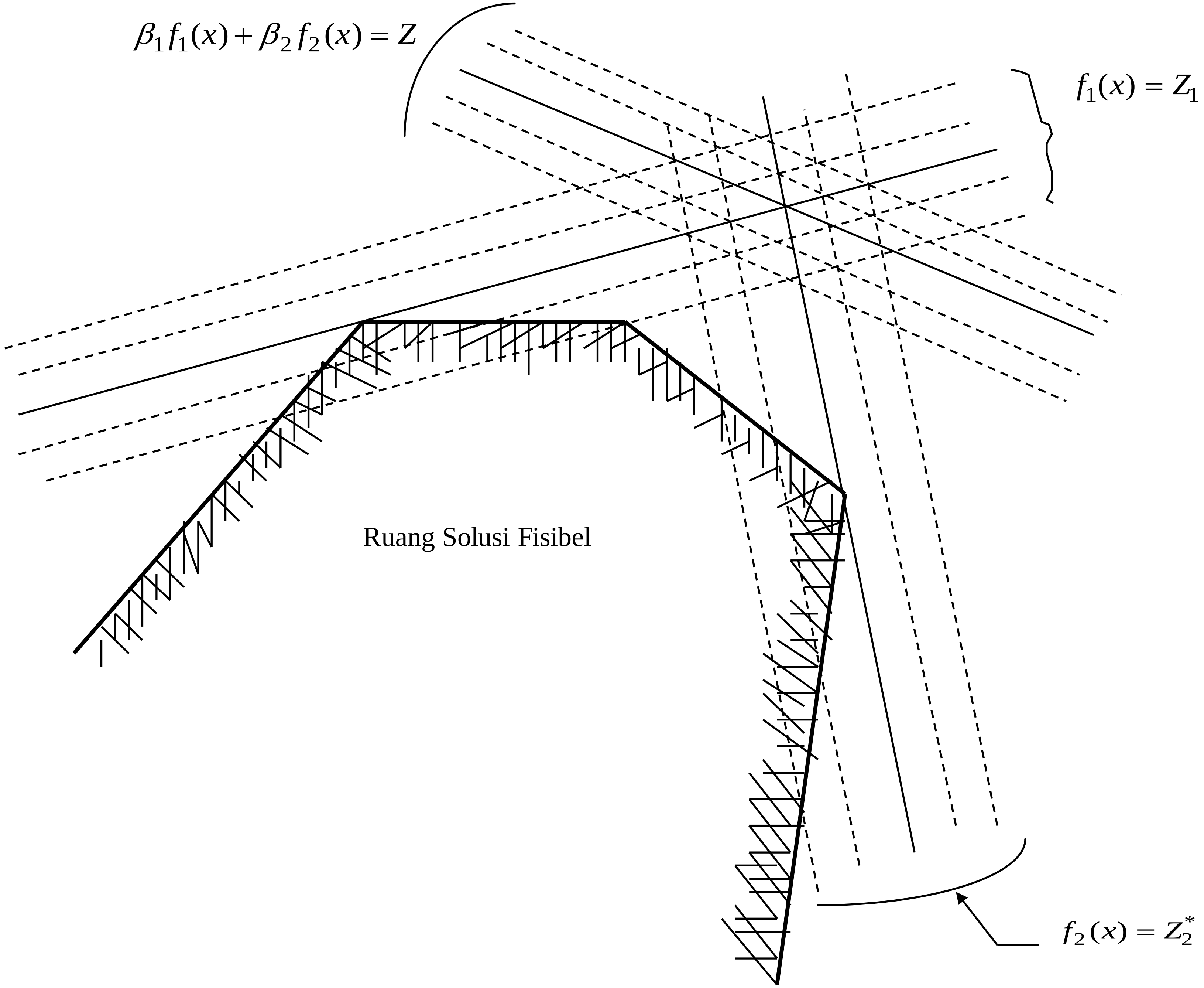
Lemma 2

*Bilamana kedua fungsi objektif memiliki masing-2 nilai utilitas $b_1$ dan $b_2$, maka suatu fungsi objektif yang setara dengan kedua fungsi objektif z dapat diberikan sebagai penjumlahan dari perkalian utilitas dengan masing-masing objektif*

Fungsi tunggal yang merepresentasikan hubungan kedua fungsi objektif dapat diwujudkan dalam persamaan:

$$Z = \beta_1 f_1(x) + \beta_2 f_2(x)$$

$\beta_1$ dan $\beta_1$ sebagai nilai utilitas masing-masing objektif



$\beta_1 f_1(x) + \beta_2 f_2(x) = Z$
$f_1(x) = Z_1$
Ruang Solusi Fisibel
$f_2(x) = Z_2^*$

- Model¨Penyelesaian Model Kompromis Berkendala
  Fungsi-fungsi objektif harus memenuhi

$$\text{Max } z_1 = \sum_{j=1}^{n} c_{1j} x_j$$

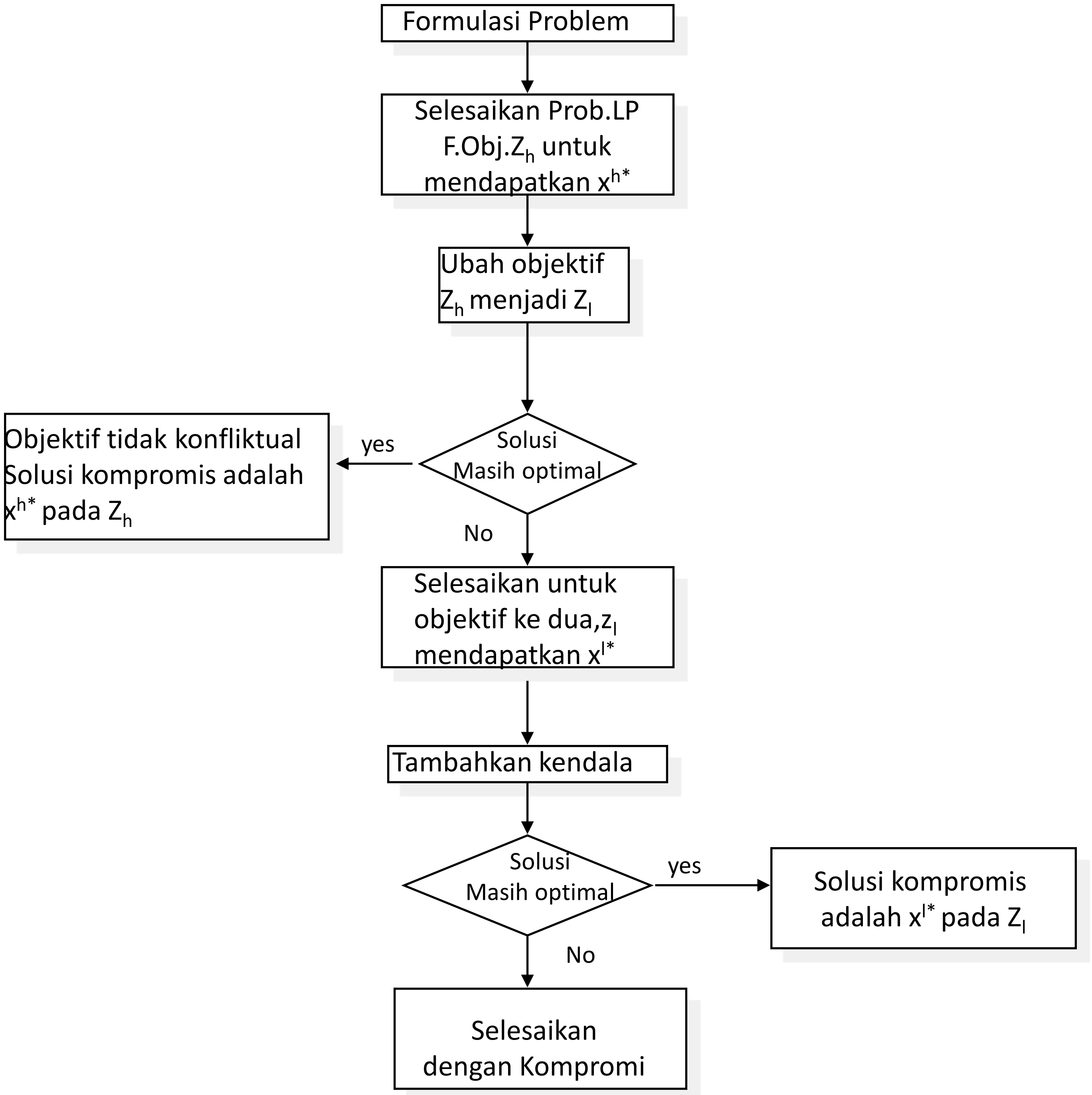
$$\text{Max } z_2 = \sum_{j=1}^{n} c_{2j} x_j$$

$$\text{Max } z = \frac{w_1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} (c_{1j})^2}} \sum_{j=1}^{n} c_{1j} x_j + \frac{w_2}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} (c_{2j})^2}} \sum_{j=1}^{n} c_{2j} x_j$$

$s/t$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \le b_i \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots m$$

$$\frac{w_1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} (c_{1j})^2}} \left[ \sum_{j=1}^{n} c_{1j} x_j - z_1^* \right] - \frac{w_2}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} (c_{2j})^2}} \left[ \sum_{j=1}^{n} c_{2j} x_j - z_2^* \right] = 0$$


Formulasi Problem
Selesaikan Prob.LP F.Obj.$Z_h$ untuk mendapatkan $x^{h*}$
Ubah objektif $Z_h$ menjadi $Z_l$
Solusi Masih optimal
yes
Objektif tidak konfliktual Solusi kompromis adalah $x^{h*}$ pada $Z_h$
No
Selesaikan untuk objektif ke dua,$z_l$ mendapatkan $x^{l*}$
Tambahkan kendala
Solusi Masih optimal
yes
Solusi kompromis adalah $x^{l*}$ pada $Z_l$
No
Selesaikan dengan Kompromi

6. Pendekatan MOP Kompromis Berkendala

- Untuk problem lebih 2 objektif, perlu variabel deviasi
- Devisasi negatif dan negatif harus dioptimasikan

$$\text{Maksimumkan: } Z = \sum_{l=1}^{k} w_l f_l(x) - \sum_{h \neq l}^{k} (\sigma_{hl}^{-} + \sigma_{hl}^{+})$$

Pembatas (s/t)

$$w_l\left[f_l(x) - z_l^*\right] - w_h\left[f_h(x) - z_h^*\right] + (\sigma_{hl}^{-} + \sigma_{hl}^{+}) = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$$

$$x_{j,}\ \sigma_{hl}^{-} \sigma_{hl}^{+} \geq 0$$

$$h = 1, 2, \ldots\ldots k$$

$$l = 1, 2, \ldots k$$

$$j = 1, \ldots n$$

$$h \neq l$$

7. Compromise Programming

- Mencari jarak terkecil dari solusi ideal

Terdefinisi (Zeleny,1982) :

$\Leftrightarrow$"*good compromise as every body getting a little bit more than each one expected to get*"

$\Leftrightarrow$"*compromise as an effort to approach or emulate the ideal solution as closely as possible*"

- Model Compromise

Diberikan solusi ideal $x^*$, jarak titik $x^k$ terhadap titik ideal untuk n atribut yang diukur sepanjang ordinat dapat ditunjukkan oleh persamaan berikut :

$$\mathrm{d_p} = \left[ \sum_{i=1}^{n} \left[ w_i \left( x_i^{\ *} - x_i^{\ l} \right)^p \right] \right]^{1/p}$$

$$(x_i^{\ *} - x_i^{\ l}) = \textit{deviasi}\ \text{individual dipangkatkan p}$$

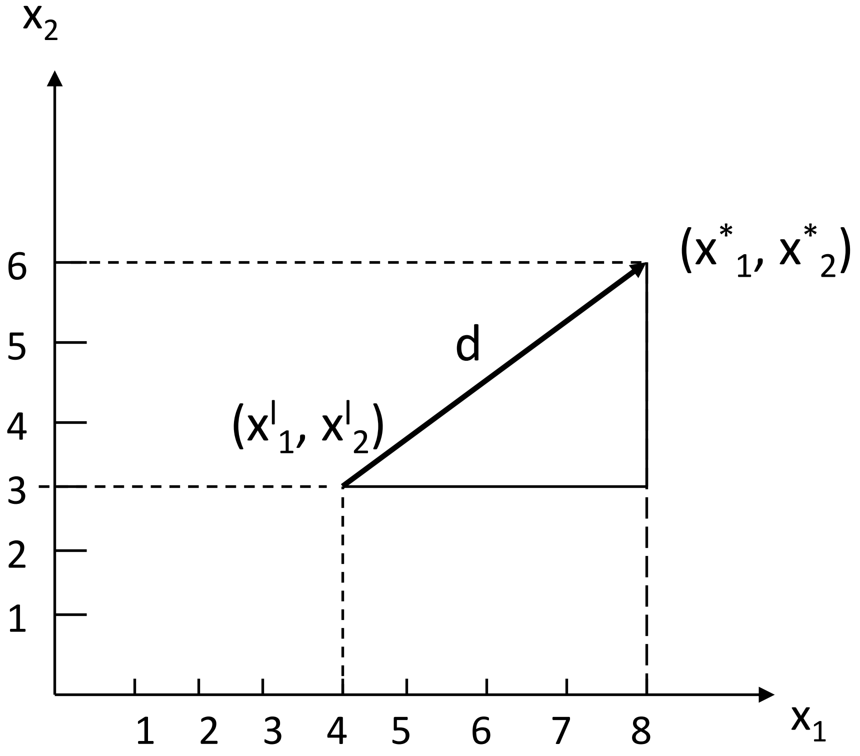
l = 1, 2, 3 . . . . . . .m

i = 1, 2, 3 . . . . . . n

$w_i$= bobot (0< $w_i$<1)

Interpretasi Deviasi Minimum

• Jarak (deviasi) mengukur jarak preferensi (bukan geometris)




| p | $(x^*_1-x^l_1)^p$ | $(x^*_2-x^l_2)^p$ | Total | $d_p$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 3 | 7 | 7 |
| 1,5 | 8 | 5,2 | 13,2 | 5,58 |
| 2 | 16 | 9 | 25 | 5 |
| 3 | 64 | 27 | 91 | 4,49 |
| 5 | 1024 | 243 | 1267 | 4,17 |
| . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . |
| | 4 | 3 | | 4 |

• Bila p diambil 1, sebagai jarak maksimal dari solusi ideal ke titik yang dicari

• Untuk p =1, seperti pendekatan global kriteria

- Bilamana dimensi setiap objektif berbeda, jarak harus dikoreksi ulang

  $\Leftrightarrow$ Setiap objektif diukur secara individual

  $\Leftrightarrow$ Dipergunakan nilai relatif deviasi ( bukan absolut)

- Deviasi dinyatakan sebagai

$$d_p = \left[ \sum_{i=1}^{n} \left[ w_i \frac{x_i^* - x_i^l}{x_i^*} \right]^p \right]^{1/p}$$

- Model Multiobjektif : solusi ideal dibentuk secara vektor dari setiap solusi ideal $Z^* = (f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*, \ldots.. f_k^*)$, sehingga fungsi objektf dapat dinyatakan sebagai minimumkan:

$$d_p = \left[ \sum_{l=1}^{k} \left[ w_i \frac{f_l^* - f_l(x)}{f_l^*} \right]^p \right]^{1/p}$$

8. Pendekatan Interaktiv (STEP Method)

- DM tidak memiliki informasi preferensi antar pencapaian setiap kriteria/objektif yang dicapai
- Preferensi diberikan setelah melakukan eksplorasi dan pro-gres pencapaian solusi yang ada pada algorithma
- Proses inter-aktif :
  - ⇒DM melakukan “trade off” analysis pada preferensi
  - ⇒Informasi solusi akan menjadi pijakan penelusuran solusi baru berikutnya
  - ⇒Secara “*a-priori*”tidak bisa ditunjukkan informasi pre-ferensi dari setiap objektif yang diinginkan
- Tahapan penyelesaian STEP-Method

a. Tahap Perhitungan

- Hitung dan susun *Tabel Pay-off* Matriks
- Dicari suatu titik pada daerah *fesibel solusi* yang paling mendekati nilai solusi ideal pada tabel *pay-off*
- Model MOP dalam tahap perhitungan dapat dirumuskan

- Model MOP pada Tahap Perhitungan

$$\text{Minimumkan } z = y$$

Dengan Pembatas (s / t)

$$y \geq \left[ f_l(x^{l*}) - f_l(x) \right] \eta_l \qquad l = 1 \ldots k$$

$$x \in x^m$$

$$y \geq 0$$

$x^m$ = daerah fisibel pada siklus m serta kendala yang ada

$\eta_l$ = kepentingan relatif jarak tehadap titik optimal

- Bobot $\eta$ memberikan informasi kepentingannya mencapai objektif, semakin kecil jarak z(x*) mencapai solusi ideal semakin kecil bobotnya untuk dipertimbangkan

Perhitungan nilai bobot $\eta$

$$\eta_l = \frac{\alpha_l}{\sum_{i=1}^{k} \alpha_l} \qquad l = 1, 2, 3 \ldots\ldots k$$

$$\alpha_l = \frac{M_l - m_l}{M_l} \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} {c_{lj}}^2}} \qquad l = 1, 2, 3 \ldots\ldots k$$

$M_l$ = nilai maksimum pada baris ke l dari tabel payoff

$m_l$ = nilai maksimum pada baris ke l dari tabel payoff

$c_{lj}$ = koefisien fungsi objektif ke - l dan variabel kep. ke - j

- koefisien $c_{lj}$ untuk normalisasi terhadap pembobotan fungsi objektif

b. Tahapan Pengambilan Keputusan

- Solusi yang diperoleh dipaparkan kepada DM
- Dilakukan evaluasi nilai yang dicapai ($Z^m$)-solusi ideal ($Z^*$)
- Bila ada objektif yang pencapaian solusinya belum meme nuhi kepuasan, diperbaiki kembali di tahapan berikutnya
- Objektif lain yang sudah memuaskan diperlonggar dengan bobot

$\eta$ pada tahapan ini =0, sedang yang akan diperbaiki diberi nilai 1.

- Daerah fisibel untuk siklus perhitungan ini didefinisikan

$$x \in x^m$$

$$f_i(x) \geq f_i(x^m) - \delta_f$$

$$f_j(x) \geq f_j(x^m) \qquad j \neq i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots .\ k$$

$\delta_f$ = kelonggaran yang akseptabel untuk objektif yang sudah mencapai kepuasan tertentu